Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego metodą wahadła matematycznego

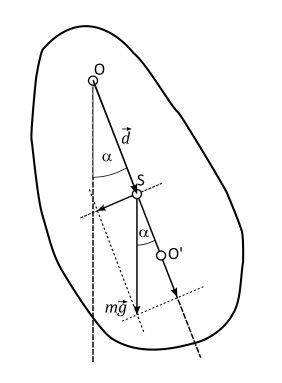
**Grawitacja** to zjawisko naturalne polegające na tym, że wszystkie obiekty posiadające masę lub energię wzajemnie przyciągają się. Oddziaływanie to badał angielski uczony Izaak Newton, który na podstawie swoich obserwacji sformułował **prawo powszechnego ciążenia.** Głosi ono, że „Między dowolną parą ciał posiadających masy pojawia się siła przyciągająca, która działa na linii łączącej ich środki mas, a jej wartość rośnie z iloczynem ich mas i maleje z kwadratem odległości”. Ten związek można opisać poniższym wzorem:

gdzie oznacza siłę przyciągania, oznacza stałą grawitacyjną, i oznaczają masy dwóch ciał między którymi działa siła, a oznacza odległość między ciałami.

Ponieważ to siła, można ją rozłożyć na iloczyn przyspieszenia i masy jednego z ciał.

Po podstawieniu za masy Ziemi (oznaczaną przez ) oraz za promienia Ziemi (oznaczanego przez ), można obliczyć przyspieszenie działające na ciała przy powierzchni naszej planety czyli tak zwane **przyspieszenie ziemskie** (oznaczane przez ).

Pomimo, że ten sposób pozwala nam obliczyć przyspieszenie ziemskie z pewnym przybliżeniem, należy pamiętać, że Ziemia nie jest idealną kulą. Z tego powodu należy wziąć pod uwagę również wysokość na jakiej położone jest miejsce w którym chcemy określić przyspieszenie. Co więcej, na przyspieszenie podczas opadania obiektów ma wpływ również szerokość geograficzna co wiąże się z działaniem pozornej siły odśrodkowej, która powstaje na skutek ruchu obrotowego Ziemi. Z tego powodu, dla lepszego określenia przyspieszenia ziemskiego w konkretnym miejscu, należy wykorzystać inną metodę, taką jak wahadło matematyczne.



**Wahadło matematyczne** to punkt materialny zawieszony na nieważkiej nici w jednorodnym polu grawitacyjnym w taki sposób, że może wykonywać drgania wokół poziomej osi nieprzechodzącej przez środek ciężkości zawieszonego ciała. Dla niewielkiej amplitudy wychylenia występuje w nim cecha nazywana izochronizmem wahadła, czyli niezależność okresu drgań od amplitudy. Dzięki temu, by obliczyć okres wahnięć, można zastosować poniższy wzór:

gdzie oznacza długość nici.

Posiadając wahadło o parametrach zbliżonych do wahadła matematycznego, można zmierzyć jego długość nici i okres wahnięć by obliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego w danym miejscu.

## Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego metodą wahadła matematycznego na podstawie zmierzonej długości nici wahadła i jego okresu wahnięcia.

## Układ pomiarowy

W podstawie urządzenia osadzona jest kolumna z poprzeczką, na której zawieszono wahadło matematyczne. Długość wahadła można zmieniać za pomocą pokrętła. Odczytuje się ją ze skali milimetrowej naniesionej na kolumnę, względem białego paska narysowanego na obciążniku. Czasomierz wykorzystuje fotokomórkę, umieszczoną na wsporniku o regulowanym położeniu. Pomiarowi podlega czas 10 wahnięć wahadła w funkcji długości wahadła.

Obraz zawierający diagram

Opis wygenerowany automatycznie

## Zadanie 1

Dla każdej długości wahadła, obliczono wartości , średnie wartości mierzonego czasu dla 10 wahnięć oraz okres drgań .

## Zadanie 2

Obliczono statystyczną niepewność typu , jako odchylenie standardowe wartości średniej, pomnożone przez odpowiedni współczynnik Studenta Fishera.

## Zadanie 3

Obliczono niepewność całkowitą , a następnie korzystając z prawa propagacji niepewności obliczono niepewności wyznaczonych okresów drgań.

## Zadanie 4

Wyniki poprzednich zadań wpisano do tabeli

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,60 | 7,75 | 15,52 | 0,0023 | 0,00058 | 0,0024 | 1,55 | 0,00024 |
| 2 | 0,55 | 7,42 | 14,87 | 0,0067 | 0,0067 | 1,49 | 0,00067 |
| 3 | 0,50 | 7,07 | 14,13 | 0,0111 | 0,011 | 1,41 | 0,0011 |
| 4 | 0,45 | 6,71 | 13,43 | 0,0043 | 0,0043 | 1,34 | 0,00043 |
| 5 | 0,35 | 5,92 | 11,83 | 0,0043 | 0,0043 | 1,18 | 0,00043 |
| 6 | 0,25 | 5,00 | 10,02 | 0,0028 | 0,0029 | 1,00 | 0,00029 |
| 7 | 0,15 | 3,87 | 7,70 | 0,0056 | 0,0056 | 0,77 | 0,00056 |
| 8 | 0,10 | 3,16 | 6,42 | 0,0067 | 0,0067 | 0,64 | 0,00067 |

## Zadanie 5

Sporządzono wykres zależności .

## Zadanie 6

Sporządzono wykres zależności .

## Zadanie 7

Metodą regresji liniowej wyznaczono współczynniki prostej i ich niepewności standardowe, a następnie zaznaczono prostą na wykresie.

Jak widać, niepewności wskazywane przez regresję liniową są bardzo małe, dlatego słupki nie są one widoczne na wykresie. Punkty pomiarowe nie są ustawione w idealnej linii, dlatego też linia trendu nie przechodzi przez słupki niepewności.

## Zadanie 8

Na podstawie współczynnika nachylenia prostej wyznaczono przyśpieszenie ziemskie.

## Zadanie 9



W oparciu o prawo propagacji niepewności, obliczono niepewność wyznaczonej wartości g.

## Zadanie 10

Obliczono wartość przyspieszenia ziemskiego obliczoną dla szerokości geograficznej i wysokości nad poziomem morza dla Gliwic.

– przyspieszenie ziemskie obliczone dla szerokości geograficznej i wysokości nad poziomem morza dla Gliwic

– szerokość geograficzna Gliwic

– wysokość Gliwic nad poziomem morza

Następnie, obliczono niepewność rozszerzoną przyspieszenia ziemskiego uzyskanego z pomiarów i przeprowadzono test zgodności otrzymanej wartości z wartością przyspieszenia ziemskiego dla Gliwic.

Ponieważ spełniony jest warunek , wartość przyspieszenia ziemskiego uzyskana z pomiarów jest zgodna z dokładną wartością przyspieszenia ziemskiego dla Gliwic.

## Wnioski

Z danych zebranych podczas mierzenia czasu dziesięciu wahnięć mogliśmy zaobserwować, że faktycznie występuje izochronizm wahadła, ponieważ dla danej długości nici, każda z pięciu prób mierzenia czasu dawała niemalże identyczne wyniki. Nie udało się jednak dopasować prostej która przechodziłaby przez wszystkie punkty na wykresie zależności . Pomimo tego, uzyskane przez nas przyspieszenie ziemskie jest zgodne z wartością przyspieszenia ziemskiego dla Gliwic obliczonego ze wzoru.

## Źródła

* Materiały z platformy edukacyjnej,
* https://pl.wikipedia.org/wiki/Przyspieszenie\_ziemskie,
* https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo\_powszechnego\_ci%C4%85%C5%BCenia,
* http://www.fizykon.org/kinematyka/przyspieszenie\_ziemskie.htm